SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG
CỤM CÁC TRƯỜNG THPT

(Đề thi có 06 trang)

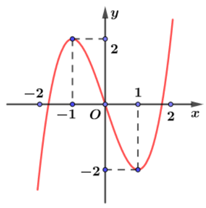
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2 NĂM 2024
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài : 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên học sinh :.. Số báo danh : .... **Mã đề 101**

Câu 1. Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $10a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=30a^3$. **B.** $V=20a^3$. **C.** $V=60a^3$. **D.** $V=\dfrac{16}{3}a^3$.

Câu 2. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ.



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=3x-x^3$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 3. Phương trình $\log_3(5x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{9}{5}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{7}{5}$. **D.** $x=\dfrac{11}{5}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 5. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 5. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	||	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $\forall m$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m>-\dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 5. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 90.

Câu 7. Cho tích phân $\int\limits_{7}^{13} f(x)\mathrm{d}x = 11$. Tính tích phân $\int\limits_{7}^{13}\left[9f(x)+3\right]\mathrm{d}x$.

A. 81. **B.** 131. **C.** 117. **D.** 102.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\left(\dfrac{1}{x}-1\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây **không** phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^2+x-5$

A. $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-5x$. **B.** $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-5x-\dfrac{1}{2024}$.

C. $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-4x+1$. **D.** $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-5x-\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=3i+5$ và $z_2=5-10i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $55-35i$. **B.** $25-30i$. **C.** $10-7i$. **D.** $13+2i$.

Câu 11. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2024$ trên $[0;3]$ là

A. 1958. **B.** 2025. **C.** 2024. **D.** 2023.

Câu 13. Cho $\int\limits_{8}^{12} f(x)\mathrm{d}x = 4, \int\limits_{8}^{12} g(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $\int\limits_{8}^{12}\left[4f(x)-7g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. -19. **B.** 51. **C.** 36. **D.** 24.

Câu 14. Cho tích phân $\int\limits_{-4}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-8$. Tính tích phân $\int\limits_{0}^{4} 8f(-x)\mathrm{d}x$.

A. 64. **B.** 16. **C.** -64. **D.** 0.

Câu 15. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=\log x$. **C.** $\ln x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2}>16$ là

A. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 17. Số phức $z=2i+5$ có phần ảo bằng

A. 2. **B.** -5. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 18. Tìm $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{5}{3}e^{2-10x}+C$. **B.** $-\dfrac{3e^{2-10x}}{5}+C$. **C.** $-60e^{2-10x}+C$. **D.** $6e^{2-10x}+C$.

Câu 19. Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2(ab)=4$; với $b>1>a>0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3\left(ab^2\right)$ tương ứng bằng bao nhiêu

A. 27. **B.** -125. **C.** 8. **D.** -27.

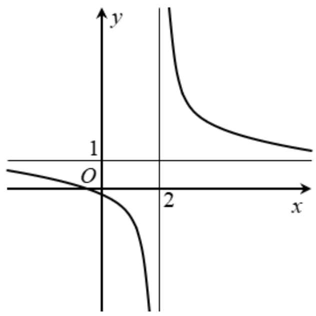
Câu 20. Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_8\left(a^6\right)$ bằng

A. $2+\log_2 a$. **B.** $18\log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $3\log_2 a$.

Câu 21. Cho số phức $z=-9i-7$, số phức $(2i-8)\overline{z}$ có số phức liên hợp là

A. $38-86i$. **B.** $74+86i$. **C.** $74-86i$. **D.** $38+86i$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình

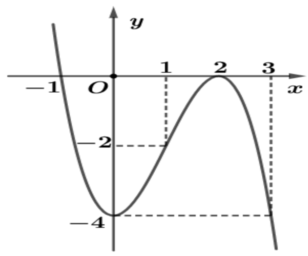


A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)\left(2x^2+3x+1\right).(3x-1)^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 25. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+m^2-6}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. Tổng các phần tử của S là:

A. -1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 26. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng $78a^3$ và chiều cao bằng $6a$. Diện tích đáy S của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $S=12a^2$. **B.** $S=13a^2$. **C.** $S=\dfrac{17a^2}{2}$. **D.** $S=\dfrac{15a^2}{2}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-10}{-4}=\dfrac{y+6}{-7}=\dfrac{z-8}{10}$. Vectơ nào dưới đây **không** là véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(8;14;-20)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(4;7;-10)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-4;-7;10)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-4;7;10)$.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, $AC = AD = 2$, $AB = 1$ và $BC = \sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $d = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $d = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $d = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

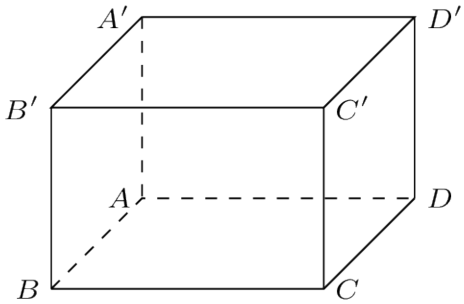
Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6;2;3)$ và $Q(-4;-5;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MQ}$.

A. $(-10;-7;0)$. **B.** $(2;-3;6)$. **C.** $(-24;-10;9)$. **D.** $(10;7;0)$.

Câu 30. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'D$ và $B'C$ là a. Khi đó thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $9\sqrt{3}a^3$. **B.** $18a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $9a^3$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{BD}$.



A. 60°. **B.** 135°. **C.** 120°. **D.** 45°.

Câu 32. Cho hình nón có đường sinh $5l$ và diện tích xung quanh là S. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $r = \dfrac{S}{5\pi l}$. **B.** $r = \dfrac{2S}{\pi l}$. **C.** $r = \dfrac{S}{\pi l}$. **D.** $r = \dfrac{S}{10l}$.

Câu 33. Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

A. 1845. **B.** 1725. **C.** 10350. **D.** 3450.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-4;-5;2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 3\sqrt{3}$. **B.** $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 108$.

C. $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 27$. **D.** $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 27$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây vuông góc với véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz).

A. $\vec{k} = (0;1;1)$. **B.** $\vec{n} = (0;1;0)$. **C.** $\vec{i} = (1;1;0)$. **D.** $\vec{j} = (1;0;0)$.

Câu 36. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2, u_2 = 1$ thì công bội của cấp số nhân này là

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** -2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 37. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao $4h$ và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $r^2 = -16h^2 + l^2$. **B.** $r = 4hl$. **C.** $r^2 = 16h^2 + l^2$. **D.** $r = -16h^2 + l^2$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $CD=3a, CB=7a, SC=\sqrt{5}a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SDA).

A. $\frac{5\sqrt{58}}{29}a$. **B.** $\frac{7\sqrt{30}}{18}a$. **C.** $\frac{21\sqrt{58}}{58}a$. **D.** $\frac{3\sqrt{70}}{14}a$.

Câu 39. Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+c$, trục hoành và các đường thẳng $x=2;\ x=4$ có diện tích bằng 3?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2-82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\left(x^4-18x^2+m\right)$ có đúng 7 cực trị?

A. 80. **B.** vô số **C.** 83. **D.** 81.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-1=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt (d) và tạo với (d) một góc 30° đi qua điểm nào sau đây:

A. $M(1;-2;1)$. **B.** $N(-1;3;-4)$. **C.** $P(1;-3;1)$. **D.** $Q(1;1;-1)$.

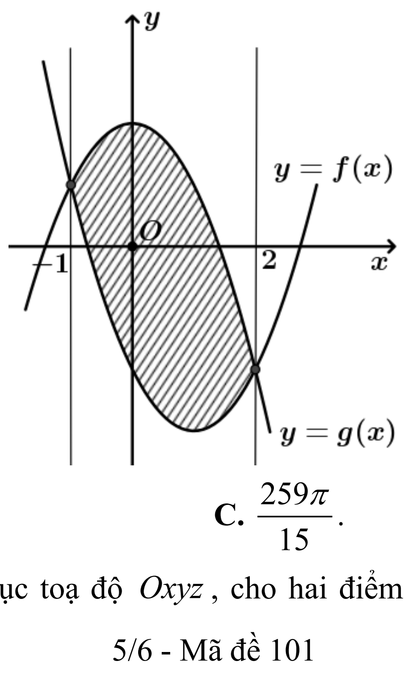
Câu 42. Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{601}{1080}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{61}{360}$.

Câu 43. Xét hai số phức z, w thoả mãn $|z+2w|=2$ và $|2z-3w-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2i|+|w+i|$ là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Gọi (D) là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)=ax^2+bx+c$ và $y=g(x)=-x^2+mx+n$. Biết $S_{(D)}=9$ và đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$. Khi cho miền được giới hạn bởi hai đường cong trên và hai đường thẳng $x=-1; x=2$ quay quanh trục Ox, ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V bằng:



A. $\frac{295\pi}{19}$. **B.** $\frac{295\pi}{15}$. **C.** $\frac{259\pi}{15}$. **D.** $\frac{259\pi}{19}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng

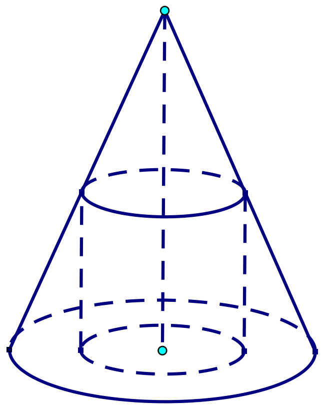
$(P): 2x+y-2z+9=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giả trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC. Giá trị M^2+m^2 bằng

A. 78. **B.** 72. **C.** 74. **D.** 76.

Câu 46. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức z thỏa mãn $|z-m|=4$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. 12. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 14.

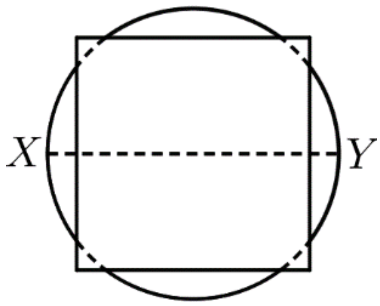
Câu 47. Một khúc gỗ có dạng khối nón có bán kính đáy $r = 30\text{cm}$ chiều cao $h = 120\text{cm}$. Anh thợ mộc chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng khối trụ như hình vẽ sau:



Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ dạng khối trụ có thể chế tác được. Tính V.

A. $V = 0,36\pi\text{m}^3$. **B.** $V = 0,024\pi\text{m}^3$. **C.** $V = 0,016\pi\text{m}^3$. **D.** $V = 0,16\pi\text{m}^3$.

Câu 48. Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng 8cm và một hình tròn có bán kính 5cm được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục XY.



A. $V = \frac{260\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V = \frac{290\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V = \frac{580\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V = \frac{520\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R=1$. Xét điểm M thay đổi trên (P). Khối nón (N) có đỉnh là I và đường tròn đáy là đường tròn đi qua tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S). Khi (N) có thể tích lớn nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 50. Cho các số thực x, y thỏa mãn $e^{x^2+2y^2}+e^{xy}(x^2-xy+y^2-1)-e^{1+xy+y^2}=0$. Gọi M, m lần lượt là GTLN, GTNN của biểu thức $P=\frac{1}{1+xy}$. Tính $M-m$.

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=1$. **C.** $M-m=\frac{1}{2}$. **D.** $M-m=2$.

------ ***HẾT*** ------

SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG
CỤM CÁC TRƯỜNG THPT

(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2 NĂM 2024
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài : 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên học sinh :.. Số báo danh : .... **Mã đề 102**

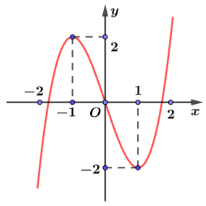
Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\left(\frac{1}{x}-1\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 2. Phương trình $\log_3(5x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=\frac{7}{5}$. **B.** $x=\frac{11}{5}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{9}{5}$.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ.



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=3x-x^3$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 4. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 5. Cho tích phân $\int_{-4}^{0} f(x)\,dx=-8$. Tính tích phân $\int_{0}^{4} 8f(-x)\,dx$.

A. 16. **B.** 0. **C.** 64. **D.** -64.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1=3i+5$ và $z_2=5-10i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $55-35i$. **B.** $13+2i$. **C.** $25-30i$. **D.** $10-7i$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng $78a^3$ và chiều cao bằng $6a$. Diện tích đáy S của khối lăng trụ đã cho bằng

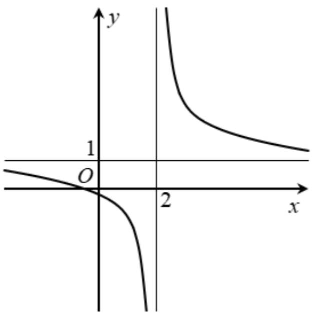
A. $S=\frac{15a^2}{2}$. **B.** $S=13a^2$. **C.** $S=\frac{17a^2}{2}$. **D.** $S=12a^2$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây **không** phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^2+x-5$

A. $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-4x+1$. **B.** $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-5x$.

C. $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-5x-\sqrt{2}$. **D.** $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-5x-\frac{1}{2024}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình



A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=2$.

Câu 10. Cho tích phân $\int\limits_{7}^{13} f\left(x\right)\mathrm{d}x=11$. Tính tích phân $\int\limits_{7}^{13}\left[9f\left(x\right)+3\right]\mathrm{d}x$.

A. 117. **B.** 131. **C.** 102. **D.** 81.

Câu 11. Số phức $z=2i+5$ có phần ảo bằng

A. -5. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 12. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x-\left(m+2\right)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $x^2{}_1+x^2{}_2$ bằng

A. 81. **B.** 36. **C.** 5. **D.** 90.

Câu 13. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)\left(2x^2+3x+1\right).\left(3x-1\right)^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$?

A. $\ln x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y=\log x$. **D.** $y=\log_2 x$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2}>16$ là

A. $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.
B. $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.
C. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.
D. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 16. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2024$ trên $\left[0;3\right]$ là

A. 2025. **B.** 2024. **C.** 1958. **D.** 2023.

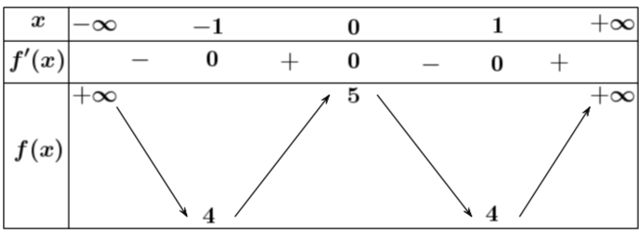
Câu 17. Cho số phức $z=-9i-7$, số phức $\left(2i-8\right)\overline{z}$ có số phức liên hợp là

A. $74+86i$. **B.** $38+86i$. **C.** $74-86i$. **D.** $38-86i$.

Câu 18. Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $10a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=60a^3$. **B.** $V=30a^3$. **C.** $V=20a^3$. **D.** $V=\dfrac{16}{3}a^3$.

Câu 19. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 5.

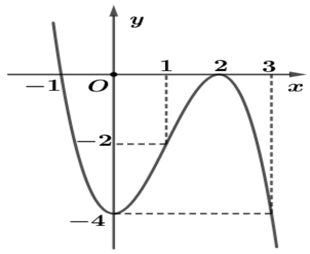
Câu 20. Cho $\int\limits_8^{12} f(x)\mathrm{d}x = 4, \int\limits_8^{12} g(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $\int\limits_8^{12}\left[4f(x)-7g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. -19. **B.** 24. **C.** 51. **D.** 36.

Câu 21. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+m^2-6}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. Tổng các phần tử của S là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 23. Tìm $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{5}{3}e^{2-10x}+C$. **B.** $6e^{2-10x}+C$. **C.** $-60e^{2-10x}+C$. **D.** $-\dfrac{3e^{2-10x}}{5}+C$.

Câu 24. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $m>-1$. **B.** $\forall m$. **C.** $m\ge -1$. **D.** $m>-\dfrac{1}{2}$.

Câu 25. Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2(ab)=4$; với $b>1>a>0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3(ab^2)$ tương ứng bằng bao nhiêu

A. -125. **B.** 27. **C.** -27. **D.** 8.

Câu 26. Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_8(a^6)$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $2\log_2 a$. **C.** $18\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

Câu 27. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'D$ và $B'C$ là a. Khi đó thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $9a^3$. **B.** $9\sqrt{3}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $18a^3$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-4;-5;2)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $(x-4)^2+(y-5)^2+(z+2)^2=3\sqrt{3}$. **B.** $(x+4)^2+(y+5)^2+(z-2)^2=27$.

C. $(x+4)^2+(y+5)^2+(z-2)^2=108$. **D.** $(x-4)^2+(y-5)^2+(z+2)^2=27$.

Câu 29. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao $4h$ và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $r^2=-16h^2+l^2$. **B.** $r=-16h^2+l^2$. **C.** $r=4hl$. **D.** $r^2=16h^2+l^2$.

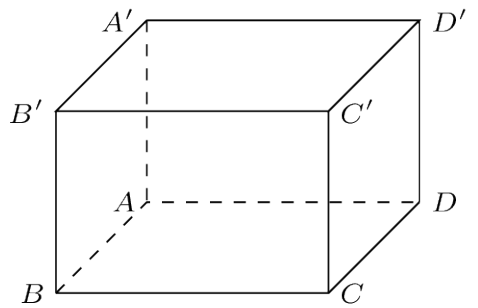
Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD\perp(ABC)$, $AC=AD=2$, $AB=1$ và $BC=\sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $d=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $d=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31. Cho hình nón có đường sinh $5l$ và diện tích xung quanh là S. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $r=\dfrac{S}{10l}$. **B.** $r=\dfrac{2S}{\pi l}$. **C.** $r=\dfrac{S}{\pi l}$. **D.** $r=\dfrac{S}{5\pi l}$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{BD}$.



A. 120°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 135°.

Câu 33. Cấp số nhân (u_n) có $u_1=2,\ u_2=1$ thì công bội của cấp số nhân này là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** -2.

Câu 34. Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

A. 10350. **B.** 1725. **C.** 3450. **D.** 1845.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6;2;3)$ và $Q(-4;-5;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MQ}$.

A. $(2;-3;6)$. **B.** $(-24;-10;9)$. **C.** $(-10;-7;0)$. **D.** $(10;7;0)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-10}{-4}=\dfrac{y+6}{-7}=\dfrac{z-8}{10}$. Vectơ nào dưới đây **không** là véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(-4;-7;10)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(8;14;-20)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-4;7;10)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(4;7;-10)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây vuông góc với véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz).

A. $\vec{n}=(0;1;0)$. **B.** $\vec{i}=(1;1;0)$. **C.** $\vec{k}=(0;1;1)$. **D.** $\vec{j}=(1;0;0)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $CD = 3a, CB = 7a, SC = \sqrt{5}a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SDA).

A. $\frac{5\sqrt{58}}{29}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{70}}{14}a$. **C.** $\frac{21\sqrt{58}}{58}a$. **D.** $\frac{7\sqrt{30}}{18}a$.

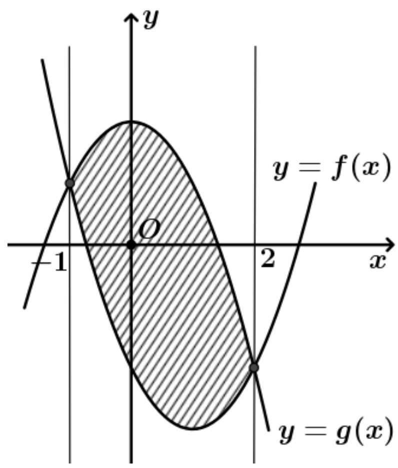
Câu 39. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giả trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC. Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

A. 72. **B.** 74. **C.** 76. **D.** 78.

Câu 40. Xét hai số phức z, w thoả mãn $|z + 2w| = 2$ và $|2z - 3w - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2i| + |w + i|$ là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41. Gọi (D) là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường cong $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ và $y = g(x) = -x^2 + mx + n$. Biết $S_{(D)} = 9$ và đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$. Khi cho miền được giới hạn bởi hai đường cong trên và hai đường thẳng $x = -1; x = 2$ quay quanh trục Ox, ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V bằng:



A. $\frac{259\pi}{15}$. **B.** $\frac{259\pi}{19}$. **C.** $\frac{295\pi}{19}$. **D.** $\frac{295\pi}{15}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt (d) và tạo với (d) một góc $30°$ đi qua điểm nào sau đây:

A. $N(-1;3;-4)$. **B.** $Q(1;1;-1)$. **C.** $M(1;-2;1)$. **D.** $P(1;-3;1)$.

Câu 43. Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + c$, trục hoành và các đường thẳng $x = 2;\ x = 4$ có diện tích bằng 3?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 44. Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\frac{601}{1080}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{61}{360}$.

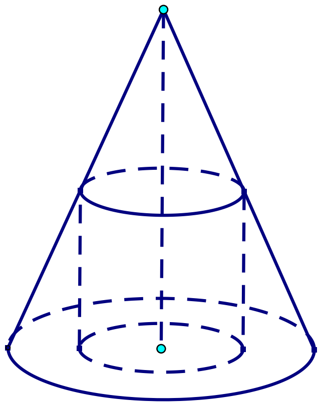
Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2-82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\left(x^4-18x^2+m\right)$ có đúng 7 cực trị?

A. 83. **B.** 81. **C.** vô số **D.** 80.

Câu 46. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức z thỏa mãn $|z-m|=4$ và $\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. 12. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 14.

Câu 47. Một khúc gỗ có dạng khối nón có bán kính đáy $r=30\text{cm}$ chiều cao $h=120\text{cm}$. Anh thợ mộc chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng khối trụ như hình vẽ sau:



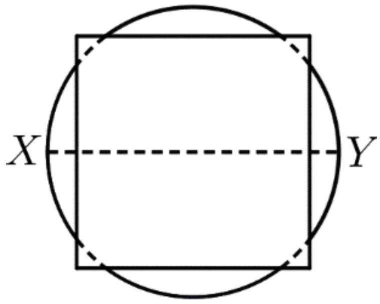
Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ dạng khối trụ có thể chế tác được. Tính V.

A. $V=0{,}16\pi\text{m}^3$. **B.** $V=0{,}016\pi\text{m}^3$. **C.** $V=0{,}36\pi\text{m}^3$. **D.** $V=0{,}024\pi\text{m}^3$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R=1$. Xét điểm M thay đổi trên (P). Khối nón (N) có đỉnh là I và đường tròn đáy là đường tròn đi qua tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S). Khi (N) có thể tích lớn nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 49. Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng 8cm và một hình tròn có bán kính 5cm được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục XY.



A. $V=\dfrac{580\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{260\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{520\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{290\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 50. Cho các số thực x,y thỏa mãn $e^{x^2+2y^2}+e^{xy}(x^2-xy+y^2-1)-e^{1+xy+y^2}=0$. Gọi M,m lần lượt là GTLN, GTNN của biểu thức $P=\dfrac{1}{1+xy}$. Tính $M-m$.

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=2$. **C.** $M-m=1$. **D.** $M-m=\dfrac{1}{2}$.

------ *HẾT* ------

Câu	Nhóm	Điểm	101	102	103	104	105	106
1		0	B	A	C	C	A	A
2		0	A	C	D	B	D	A
3		0	B	D	C	B	C	D
4		0	A	A	C	D	B	B
5		0	D	D	B	A	A	D
6		0	D	A	D	A	C	D
7		0	C	B	D	B	B	B
8		0	A	A	B	D	C	A
9		0	C	B	A	C	B	D
10		0	A	A	C	A	A	C
11		0	D	C	A	C	D	B
12		0	B	D	A	A	B	B
13		0	A	A	C	B	B	C
14		0	C	B	C	B	C	C
15		0	D	C	B	A	C	B
16		0	D	A	A	A	B	A
17		0	A	B	A	D	D	B
18		0	B	C	B	B	C	B
19		0	B	D	B	D	A	C
20		0	C	A	A	D	B	C
21		0	D	B	D	C	D	D
22		0	B	C	C	C	C	B
23		0	C	D	D	D	C	A
24		0	A	D	A	A	A	A
25		0	B	A	A	C	D	D
26		0	B	B	D	B	D	D
27		0	D	C	D	D	A	B
28		0	D	B	A	A	C	C
29		0	A	A	B	A	B	C
30		0	C	C	D	D	C	A
31		0	B	D	B	B	A	A
32		0	A	D	D	B	D	D
33		0	B	A	A	D	C	B
34		0	C	B	C	C	A	D
35		0	D	C	A	A	D	D
36		0	C	C	B	C	B	C
37		0	A	D	D	C	C	A
38		0	D	B	D	D	A	A
39		0	C	C	C	B	D	C
40		0	A	B	B	C	A	C
41		0	A	A	C	B	A	A

42		0	B	C	C	D	D	D
43		0	D	C	A	D	C	C
44		0	C	A	D	C	B	A
45		0	D	D	C	C	D	D
46		0	A	A	C	B	D	A
47		0	C	B	B	D	B	D
48		0	D	D	D	C	C	A
49		0	D	C	B	B	B	B
50		0	B	C	A	C	D	C

107	108	109	110	111	112	113	114	115
C	B	C	A	C	D	B	A	D
D	D	D	C	C	B	B	C	C
C	A	C	B	B	C	C	C	D
A	A	B	B	B	A	A	D	C
A	B	A	A	C	D	A	D	A
D	C	A	A	C	A	C	C	D
D	D	B	D	D	B	C	C	C
C	B	D	B	A	D	D	B	A
B	D	A	D	D	D	A	A	A
A	A	A	A	C	A	B	C	D
A	A	C	D	A	C	D	B	B
B	D	C	B	A	C	C	C	C
C	D	B	D	C	B	B	A	D
B	C	A	C	B	D	A	B	B
C	A	C	C	D	B	B	D	B
A	B	D	B	B	B	A	D	C
B	B	A	B	D	C	A	C	A
A	D	B	D	B	D	D	A	C
A	C	D	C	D	D	B	B	D
D	C	D	A	A	A	B	A	C
B	B	A	B	B	B	D	B	B
B	A	A	B	C	B	D	A	D
A	C	B	C	A	D	A	B	B
D	C	B	D	B	A	C	B	A
D	A	C	D	D	C	C	D	A
C	A	A	A	A	C	B	A	B
C	D	D	C	C	A	B	A	D
B	D	B	A	A	D	D	C	A
B	B	B	D	B	A	A	B	A
C	B	A	C	C	A	D	D	B
D	A	C	B	A	C	C	C	B
D	D	D	D	C	B	B	A	C
C	B	D	A	D	D	B	C	A
C	C	C	A	D	C	C	D	C
D	C	B	C	C	D	D	D	A
B	A	A	C	C	D	A	B	B
A	D	C	A	A	A	B	A	C
D	B	A	D	B	B	C	C	A
C	A	D	A	D	C	D	A	D
B	A	D	C	B	D	C	D	D
C	C	A	D	A	A	B	C	C

A	D	B	B	A	B	A	A	B
B	C	C	A	C	C	D	D	D
A	C	C	A	D	A	C	A	B
B	B	D	B	C	B	D	B	B
B	B	D	B	B	D	D	D	D
D	D	B	C	D	C	B	C	D
A	D	A	C	D	B	A	B	B
A	A	B	A	A	C	A	A	B
B	C	C	D	A	C	C	C	A

116	117	118	119	120	121	122	123	124
C	D	B	C	D	D	B	C	A
D	A	D	C	B	B	B	C	C
D	B	B	D	B	B	C	A	B
A	D	C	A	D	A	A	A	A
B	B	D	B	A	C	A	B	A
A	C	D	D	A	D	D	B	C
D	A	B	B	C	B	B	A	C
C	B	C	B	D	B	A	C	B
D	A	A	C	C	A	C	A	D
C	A	B	D	C	D	A	D	D
A	D	B	D	A	A	C	A	A
B	C	A	B	D	A	A	D	A
C	A	A	C	D	D	D	B	D
B	D	B	D	B	C	B	A	D
D	C	C	A	A	D	C	D	A
D	A	C	B	B	C	C	D	B
C	A	A	C	B	C	A	A	A
C	B	A	B	A	D	D	B	B
D	C	D	A	D	B	D	C	C
A	D	C	C	D	D	C	A	A
B	D	D	A	C	C	A	B	B
D	B	B	A	C	A	A	C	C
A	C	D	D	A	A	B	D	D
B	D	B	D	A	C	D	D	C
C	D	D	A	D	B	A	C	B
D	C	D	A	B	B	B	A	A
A	C	A	D	C	A	D	B	D
B	D	A	C	D	A	B	A	C
B	B	C	C	C	D	D	B	D
C	C	D	D	C	B	D	C	B
A	D	B	B	B	D	A	D	D
D	B	A	A	B	B	C	D	D
A	C	A	B	A	A	B	C	C
A	C	B	D	C	C	C	A	C
C	D	C	D	A	A	B	B	A
C	A	C	C	B	C	B	C	B
A	B	B	B	C	A	D	D	D
B	B	A	B	D	C	D	A	C
D	A	A	A	D	D	C	B	C
A	C	B	A	B	D	B	C	B
C	A	C	D	A	A	C	A	A

B	C	D	C	C	B	C	B	C
C	C	C	A	C	D	A	D	C
C	B	B	B	B	D	A	A	B
B	A	A	C	A	C	C	B	D
B	D	B	A	A	C	C	C	D
A	C	C	C	B	D	A	D	A
A	B	D	A	D	B	A	B	C
C	B	C	C	D	C	D	C	B
D	A	C	B	A	A	D	D	D

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.A	5.D	6.D	7.C	8.A	9	10.A
11.D	12.B	13.A	14.C	15.D	16.D	17.A	18.B	19.B	20.C
21.D	22.B	23.C	24.A	25.B	26.B	27.D	28.D	29.A	30.C
31.B	32.A	33.B	34.C	35.D	36.C	37.A	38.D	39.C	40.A
41.A	42.B	43.D	44.C	45.D	46.B	47.C	48.D	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $10a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích V của khối chóp đã cho.

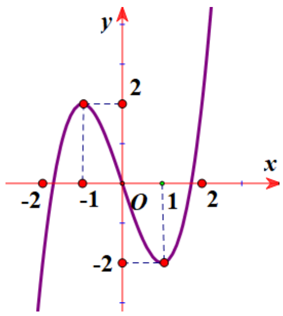
A. $V = 30a^3$. **B.** $V = 20a^3$. **C.** $V = 60a^3$ **D.** $V = \dfrac{16}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

$V = \dfrac{1}{3}S_{day}.h = \dfrac{1}{3}.10a^2.6a = 20a^3$

Câu 2. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ.



A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = 3x - x^3$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, hệ số $a > 0$, đi qua $O(0;0)$ nên $d = 0$.

Câu 3. Phương trình $\log_3(5x-1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{9}{5}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \dfrac{7}{5}$ **D.** $x = \dfrac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(5x-1) = 2 \Leftrightarrow 5x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

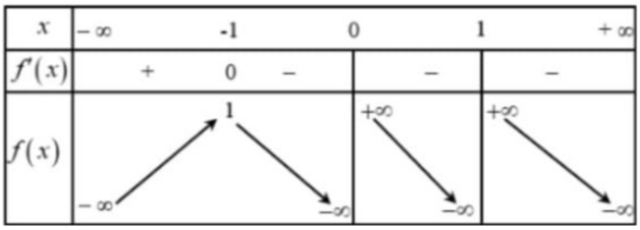
A. 5. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0$, giá trị cực đại bằng $f(0)=5$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $\forall m$. **B.** $m\geq -1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m>-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$f(x)+2m=0 \Leftrightarrow f(x)=-2m$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-2m<1 \Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$

Câu 6. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 5. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 90.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$.

Đặt $t=\log_3 x$, ta được phương trình $t^2-(m+2)t+3m-1=0$.

Phương tình có nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1x_2=27$ khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta>0\\ t_1+t_2=3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-8m+8>0\\ m+2=3\end{cases} \Leftrightarrow m=1$.

Khi đó, ta có PT: $\log_3^2 x-3\log_3 x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\ \log_3 x=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=9\end{array}\right.$.

Vậy $x_1^2+x_2^2=90$.

Câu 7. Cho tích phân $\int_7^{13} f(x)\,dx=11$. Tính tích phân $\int_7^{13}\left[9f(x)+3\right]dx$.

A. 81. **B.** 131 **C.** 117. **D.** 102.

Lời giải

Chọn C

$$\int_7^{13}\left[9f(x)+3\right]\mathrm{d}x=\int_7^{13}9f(x)\mathrm{d}x+\int_7^{13}3\mathrm{d}x=9.11+18=117.$$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\left(\frac{1}{x}-1\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\sqrt{3}$ là số không nguyên nên hàm số xác định khi $\frac{1}{x}-1>0\Leftrightarrow\frac{1-x}{x}>0\Leftrightarrow 0<x<1$.

Vậy tập xác định $D=(0;1)$.

Câu 9: Hàm số nào sau đây **không** phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^2+x-5$

A. $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-5x$. **B.** $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-5x-\frac{1}{2024}$.

C. $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-4x+1$. **D.** $\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-5x-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức nguyên hàm ta có $\int(4x^2+x-5)dx=\frac{4x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-5x+C$

Câu 10: Cho hai số phức $z_1=3i+5,\ z_2=5-10i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $55-35i$. **B.** $25-30i$. **C.** $10-7i$. **D.** $13+2i$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức phép nhân 2 số phức ta có $z_1.z_2=(3i+5)(5-10i)=55-35i$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-1)$ .Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=x(x-1)(x^2-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$$

Lập bảng xét dấu ta có

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	

Vậy hàm số nghịch biến trong khoảng $(-1;0)$

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2024$ trên $[0;3]$ là

A. 1958. **B.** 2025. **C.** 2024. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn B

$$y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Ta có: $y(0) = 2024;\ y(1) = 2025;\ y(-1) = 2025;\ y(3) = 1961$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2025.

Câu 13. Cho $\int_8^{12} f(x)\,\mathrm{d}x = 4, \int_8^{12} g(x)\,\mathrm{d}x = 5$. Tính $\int_8^{12} \left[4f(x) - 7g(x)\right]\mathrm{d}x$?

A. -19. **B.** 51. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_8^{12} \left[4f(x) - 7g(x)\right]\mathrm{d}x = 4\int_8^{12} f(x)\,\mathrm{d}x - 7\int_8^{12} g(x)\,\mathrm{d}x = 4.4 - 7.5 = -19$.

Câu 14. Cho tích phân $\int_{-4}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = -8$. Tính tích phân $\int_0^4 8f(-x)\,\mathrm{d}x$?

A. 64. **B.** 16. **C.** -64. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét tích phân $I = \int_0^4 8f(-x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = -x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 4 \Rightarrow t = -4$.

Ta có $I = -8\int_0^{-4} f(t)\,\mathrm{d}t = 8\int_{-4}^{0} f(t)\,\mathrm{d}t = 8\int_{-4}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = 8.(-8) = -64$.

Câu 15. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y = \log_2 x$. **B.** $y = \log x$. **C.** $y = \ln x$. **D.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ do cơ số $a = \frac{1}{2} < 1$

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2} > 16$ là

A. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $(-\infty;2] \cup [2;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{2+x^2} > 16 \Leftrightarrow 2^{2+x^2} > 2^4 \Leftrightarrow 2 + x^2 > 4 \Leftrightarrow x^2 > 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -\sqrt{2} \\ x > \sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2} > 16$ là $S = \left(-\infty; -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}; +\infty\right)$.

Câu 17. Số phức $z = 2i + 5$ có phần ảo bằng

A. 2. **B.** -5. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = 2i + 5$ có phần ảo bằng 2.

Câu 18. Tìm $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x$

A. $-\frac{5}{3}e^{2-10x} + C$. **B.** $-\frac{3e^{2-10x}}{5} + C$. **C.** $-60e^{2-10x} + C$. **D.** $6e^{2-10x} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x = \frac{6}{-10}e^{2-10x} + C = -\frac{3e^{2-10x}}{5} + C$.

Câu 19. Cho biết hai số thực dương a và b thoả mãn $\log_a^2(ab) = 4$; với $b > 1 > a > 0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3\left(ab^2\right)$ tương ứng bằng bao nhiêu?

A. 27. **B.** -125. ***C.*** 8. **D.** -27.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a^2(ab) = \left[\log_a(ab)\right]^2 = 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\log_a(ab) = 2\\ \log_a(ab) = -2\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}ab = a^2\\ ab = a^{-2}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}a = b\\ b = a^{-3}\end{array}\right.$.

Vì $b > 1 > a > 0$ nên ta loại trường hợp $a = b$. Suy ra $b = a^{-3}$.

Ta có $\log_a^3\left(ab^2\right) = \left[\log_a a^{-5}\right]^3 = (-5)^3 = -125$.

Câu 20. Với a là số thực dương tuỳ ý, khi đó $\log_8 a^6$ bằng

A. $2 + \log_2 a$. **B.** $18\log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $3\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_8 a^6 = 6\log_{2^3} a = \frac{6}{3}\log_2 a = 2\log_2 a$.

Câu 21. Cho số phức $z = -9i - 7$, số phức $(2i - 8)\overline{z}$ có số phức liên hợp là

A. $38 - 86i$. **B.** $74 + 86i$. **C.** $74 - 86i$. **D.** $38 + 86i$.

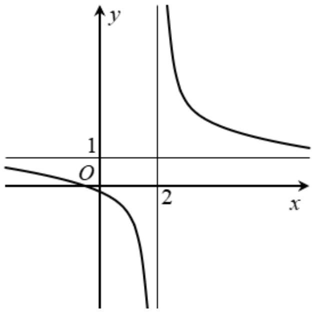
Lời giải

Chọn D

Ta có: $(2i - 8)\overline{z} = (2i - 8)(-7 + 9i) = -14i + 18i^2 + 56 - 72i = 38 - 86i$.

Suy ra số phức $(2i - 8)\overline{z}$ có số phức liên hợp là $38 + 86i$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình



A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y=1$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(2x^2+3x+1).(3x-1)^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

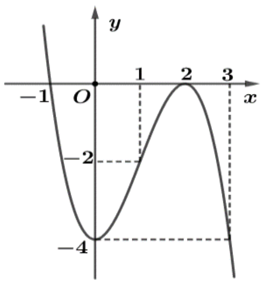
Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)(2x^2+3x+1).(3x-1)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ 2x^2+3x+1=0 \\ (3x-1)^4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Trong đó $x=-1$ và $x=\dfrac{1}{3}$ là nghiệm bội chẵn nên $x=1$ và $x=\dfrac{1}{3}$ không là cực trị.

$x=-\dfrac{1}{2}$ là nghiệm đơn nên $x=-\dfrac{1}{2}$ là cực trị.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 25. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\dfrac{x+m^2-6}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$. Tổng các phần tử của S là

A. -1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có $f'(x) = \dfrac{-m^2 - m + 6}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \\ m \ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - m + 6 > 0 \\ m \ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 2 \\ m \ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m < 2.$$

Nên $S = \{-1; 0; 1\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là $-1 + 0 + 1 = 0$.

Câu 26. Cho khối trụ có thể tích bằng $78a^3$ và chiều cao bằng $6a$. Diện tích đáy của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $S = 12a^2$. **B.** $S = 13a^2$. **C.** $S = \dfrac{17a^2}{2}$. **D.** $S = \dfrac{15a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = Sh \Rightarrow S = \dfrac{V}{h} = \dfrac{78a^3}{6a} = 13a^2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-10}{-4} = \dfrac{y+6}{-7} = \dfrac{z-8}{10}$. Véc-tơ nào dưới đây **không** là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_3 = (8; 14; -20)$. **B.** $\vec{u}_1 = (4; 7; -10)$. **C.** $\vec{u}_2 = (-4; -7; 10)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-4; 7; 10)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_2 = (-4; -7; 10)$.

Do đó, các véc-tơ $\vec{u}_3 = (8; 14; -20) = -2\vec{u}_2$ và $\vec{u}_1 = (4; 7; -10) = -\vec{u}_2$ đều là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

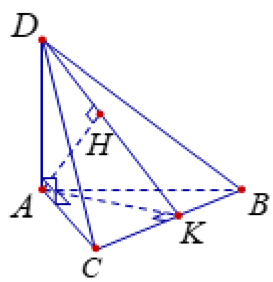
Mặt khác, $\vec{u}_4$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương nên $\vec{u}_4$ không là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, $AC = AD = 2$, $AB = 1$ và $BC = \sqrt{5}$. Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

A. $d = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $d = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $d = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AC^2 + AB^2 = 2^2 + 1^2 = (\sqrt{5})^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Dựng $AK \perp BC$ $(K \in BC)$, $AH \perp DK$ $(H \in DK)$. (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp AD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADK) \Rightarrow BC \perp AH$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (BCD) \Rightarrow d(A,(BCD)) = AH$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6;2;3)$ và $Q(-4;-5;3)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MQ}$.

A. $(-10;-7;0)$. **B.** $(2;-3;6)$. **C.** $(-24;-10;9)$. **D.** $(10;7;0)$.

Lời giải

Chọn A

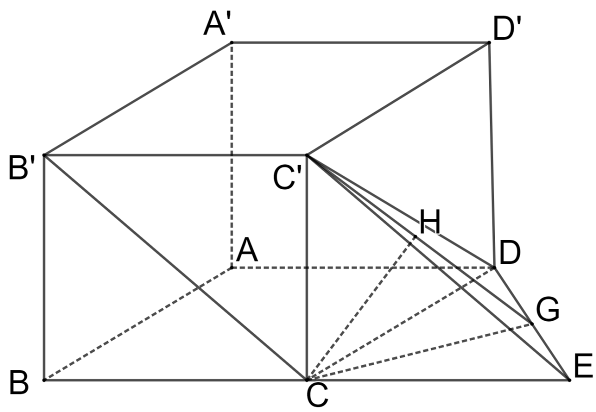
Ta có $\overrightarrow{MQ} = (-10;-7;0)$.

Câu 30. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'D$ và $B'C$ là a. Khi đó, thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $9\sqrt{3}a^3$. **B.** $18a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $C'E // B'C$ và $E \in (ABCD)$, trong $(ABCD)$ kẻ $CG \perp DE$, $G \in DE$ và trong (CGC') kẻ $CH \perp C'G$, $H \in C'G$.

Ta có $d(B'C, C'D) = d(B'C,(C'DE)) = d(C,(C'DE)) = CH$.

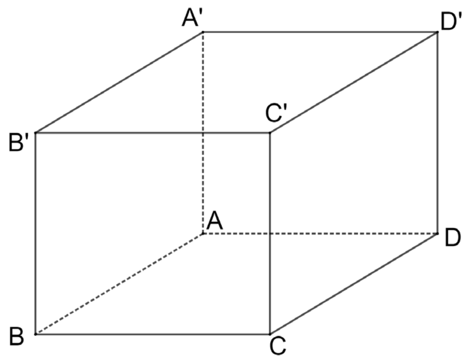
Đặt cạnh của khối lập phương là x.

Ta có $CG = \frac{x\sqrt{2}}{2}$.

Lại có $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{CG^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{3}{x^2}$ suy ra $CH = \frac{x\sqrt{3}}{3}$ hay $x = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lập phương là $3\sqrt{3}a^3$.

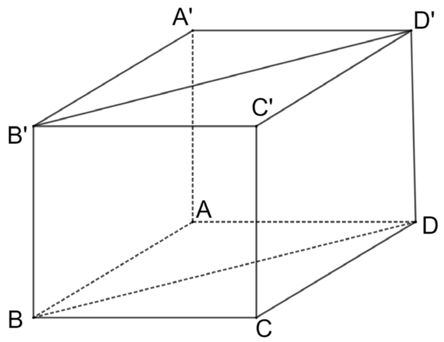
Câu 31. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{BD}$.



A. 60°. **B.** 135°. **C.** 120°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn B



Ta có $BD // B'C'$ nên $\left(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BD}\right) = \left(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{B'D'}\right) = 180^\circ - \widehat{A'B'D'} = 135^\circ$.

Câu 32. Cho hình nón có đường sinh 5ℓ và diện tích xung quanh là S. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $r = \dfrac{S}{5\pi\ell}$. **B.** $r = \dfrac{2S}{\pi\ell}$. **C.** $r = \dfrac{S}{\pi\ell}$. **D.** $r = \dfrac{S}{10\ell}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi r 5\ell \Leftrightarrow r = \dfrac{S}{5\pi\ell}$.

Câu 33. Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

A. 1845. **B.** 1725. **C.** 10350. **D.** 3045.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ là

TH1: Chọn 1 học sinh nam, 2 học sinh nữ có $C_{10}^1 C_{15}^2 = 1050$ cách.

TH2: Chọn 2 học sinh nam, 1 học sinh nữ có $C_{10}^2 C_{15}^1 = 675$ cách.

Vậy có $1050 + 675 = 1725$ cách.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-4;-5;2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 3\sqrt{3}$. **B.** $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 108$.

C. $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 27$. **D.** $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 27$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-4;-5;2)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$ có phương trình là $(x+4)^2+(y+5)^2+(z-2)^2=27$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây vuông góc với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)

A. $\vec{k}=(0;1;1)$. **B.** $\vec{n}=(0;1;0)$. **C.** $\vec{i}=(1;1;0)$. **D.** $\vec{j}=(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz): $\vec{n}=(0;1;0)$ nên vectơ vuông góc với $\vec{n}=(0;1;0)$ là $\vec{j}=(1;0;0)$ vì $\vec{n}.\vec{j}=0$.

Câu 36. Cấp số nhân (u_n) có $u_1=2, u_2=1$ thì công bội của cấp số nhân này là

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{1}{2}$.

Câu 37. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao $4h$ và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $r^2=-16h^2+l^2$. **B.** $r=4hl$. **C.** $r^2=16h^2+l^2$. **D.** $r=-16h^2+l^2$.

Lời giải

Chọn A

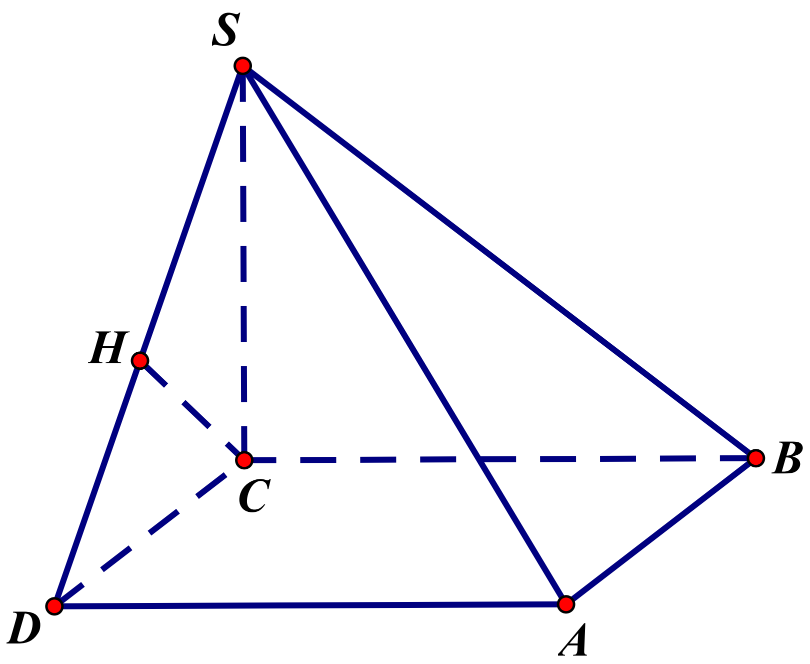
Áp dụng công thức ta có $l^2=r^2+(4h)^2 \Leftrightarrow l^2=r^2+16h^2 \Rightarrow r^2=l^2-16h^2$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $CD=3a$, $CB=7a$, $SC=\sqrt{5}a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SDA).

A. $\frac{5\sqrt{58}}{29}a$. **B.** $\frac{7\sqrt{30}}{18}a$. **C.** $\frac{21\sqrt{58}}{58}a$. **D.** $\frac{3\sqrt{70}}{14}a$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $CH \perp SD$.

Vì $SC \perp (ABCD)$ nên $SC \perp AD$, mà $AD \perp CD$ nên $AD \perp (SCD)$.

Suy ra $AD \perp CH$ do đó $CH \perp (SDA)$ hay $d\left(C,(SDA)\right) = CH$.

$\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{CD^2} + \dfrac{1}{SC^2} = \dfrac{1}{9a^2} + \dfrac{1}{5a^2} = \dfrac{14}{45a^2}$ suy ra $CH = \dfrac{3\sqrt{70}}{14}a$.

Câu 39. Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + c$, trục hoành và các đường thẳng $x = 2$; $x = 4$ có diện tích bằng 3?

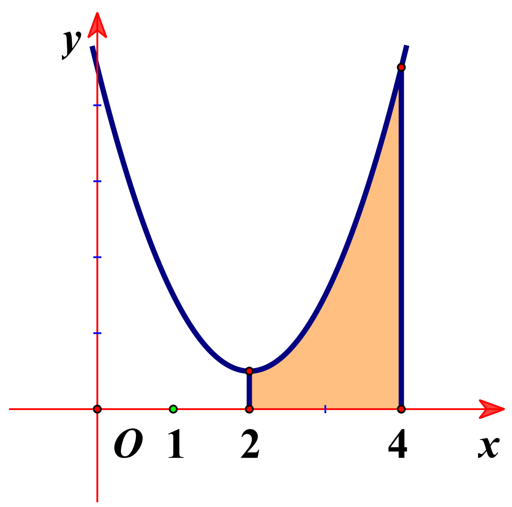
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + c$, trục hoành và các đường thẳng $x = 2$; $x = 4$ là $S = \int_2^4 \left|x^2 - 4x + c\right| \mathrm{d}x$.

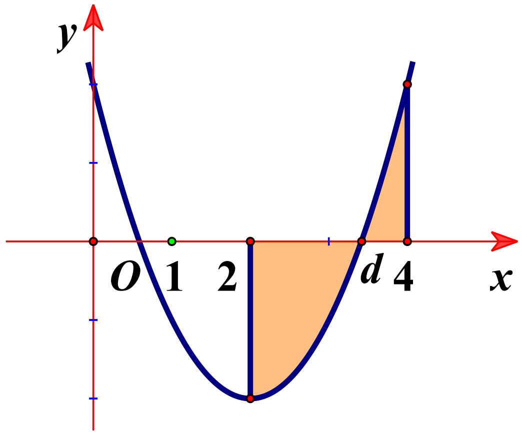
Với $c \geq 4$:



$S = \int_2^4 \left(x^2 - 4x + c\right)\mathrm{d}x = \left.\left(\dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + cx\right)\right|_2^4 = -\dfrac{16}{3} + 2c$

$S = 3 \Rightarrow \dfrac{-16}{3} + 2c = 3 \Leftrightarrow c = \dfrac{25}{6}$ (thỏa mãn)

Với $0 < c < 4$:



d là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + c$ và trục hoành, $d > 2$ nên $d^2 - 4d + c = 0 \Leftrightarrow d = 2 + \sqrt{4-c}$.

$$S = \int_2^d \left(-x^2 + 4x - c\right)\mathrm{d}x + \int_d^4 \left(x^2 - 4x + c\right)\mathrm{d}x$$

$$= \left(\frac{-1}{3}x^3 + 2x^2 - cx\right)\Bigg|_2^d + \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + cx\right)\Bigg|_d^4$$

$$= \frac{-2}{3}d^3 + 4d^2 - 2cd - 16 + 6c$$

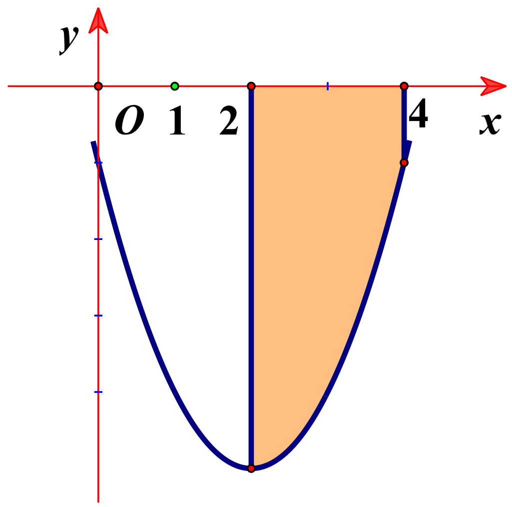
$$= \frac{-2}{3}\left(2+\sqrt{4-c}\right)^3 + 4\left(2+\sqrt{4-c}\right)^2 - 2c\cdot\left(2+\sqrt{4-c}\right) - 16 + 6c$$

Đặt $t = \sqrt{4-c}$, khi đó $0 < t < 2$ và $S = -\dfrac{2}{3}\left(-2t^3 + 3t^2 - 4\right)$

$S = 3$ suy ra $\dfrac{-2}{3}\left(-2t^3 + 3t^2 - 4\right) = 3 \Leftrightarrow -2t^3 + 3t^2 + \dfrac{1}{2} = 0$.

Sử dụng máy tính, giải phương trình trên suy ra $t \approx 1,5979$ nên $c \approx 1,4467$ (thỏa mãn).

Với $c \le 0$:



$$S = \int_2^4 \left(-x^2 + 4x - c\right)\mathrm{d}x = \left(\frac{-1}{3}x^3 + 2x^2 - cx\right)\Bigg|_2^4 = \frac{16}{3} - 2c$$

$S = 3$ suy ra $\dfrac{16}{3} - 2c = 3 \Leftrightarrow c = \dfrac{7}{6}$ (không thỏa mãn $c \le 0$).

Vậy có 2 giá trị của c thỏa mãn ycbt.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2-82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\left(x^4-18x^2+m\right)$ có đúng 7 cực trị?

A. 80. **B.** vô số. **C.** 83. **D.** 81.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$f'(x)=x^2-82x=x(x-82)$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=82 \end{array}\right.$.

Đặt $g(x)=f\left(x^4-18x^2+m\right)$.

$$g'(x)=\left[f\left(x^4-18x^2+m\right)\right]'=\left(x^4-18x^2+m\right)'\cdot f'\left(x^4-18x^2+m\right)=\left(4x^3-36x\right)\cdot f'\left(x^4-18x^2+m\right)$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 3 \\ x^4-18x^2+m=0 \\ x^4-18x^2+m=82 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 3 \\ x^4-18x^2=-m \\ x^4-18x^2=82-m \end{array}\right..$$

Đặt $h(x)=x^4-18x^2$.

$h'(x)=4x^3-36x$, $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-81	$\nearrow$	0	$\searrow$	-81	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y=g(x)$ có đúng 7 cực trị thì phương trình $g'(x)=0$ có đúng 7 nghiệm bội lẻ.

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-81	$\nearrow$	0	$\searrow$	-81	$\nearrow$	$+\infty$

$y=82-m$

$y=-m$

Điều này chỉ xảy ra khi $-81<82-m<0 \Leftrightarrow 82<m<163$.

Mà m nguyên nên $m\in\{83;84;...;162\}$.

Vậy có 80 giá trị của m thỏa mãn ycbt.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-1=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt (d) và tạo với (d) một góc $30°$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(1;-2;1\right)$. **B.** $N\left(-1;3;-4\right)$. **C.** $P\left(1;-3;1\right)$. **D.** $Q\left(1;1;-1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M=\left(d\right)\cap\Delta\Rightarrow M\left(t;2t-2;-t\right)$

Vì $M\in\Delta,\Delta\subset\left(P\right)$ nên $M\in\left(P\right)$

Ta có $2t+2t-2-t-1=0\Leftrightarrow t=1$. Do đó $M\left(1;0;-1\right)$

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(a;b;c\right)$ là vectơ chỉ phương của Δ, $\overrightarrow{u_d}=\left(1;2;-1\right),\overrightarrow{n_P}=\left(2;1;1\right)$

Vì Δ nằm trong $\left(P\right)$ nên $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 2a+b+c=0\Leftrightarrow c=-2a-b$

Vì Δ tạo với $\left(d\right)$ một góc $30°$ nên

$$\cos\left(d;\Delta\right)=\frac{|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_\Delta}|}{|\overrightarrow{u_d}|.|\overrightarrow{u_\Delta}|}$$

$$\Leftrightarrow\cos 30°=\frac{|a+2b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1^2+2^2+\left(-1\right)^2}}$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{|a+2b+2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2+\left(-2a-b\right)^2}.\sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2+\left(-2a-b\right)^2}=|3a+3b|$$

$$\Rightarrow\frac{9}{2}\left(a^2+b^2+4a^2+4ab+b^2\right)=9a^2+18ab+9b^2$$

$$\Leftrightarrow 45a^2+36ab+18b^2=18a^2+36ab+18b^2$$

$$\Leftrightarrow 27a^2=0\Leftrightarrow a=0$$

Do đó, thay $a=0$ vào $\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2+\left(-2a-b\right)^2}=|3a+3b|$, ta có $b=1\Rightarrow c=-2.0-1=-1$

Vậy $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(0;1;-1\right)$ và phương trình đường thẳng là $\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$

Với $t=-2$, ta có $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=-1-\left(-2\right)=1\end{cases}\Rightarrow M\left(1;-2;1\right)\in\Delta$

Câu 42. Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{601}{1080}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{61}{360}$.

Lời giải

Chọn B

Xác suất chọn được 1 hộp là $\frac{1}{3}$.

Xác suất chọn được 1 viên đỏ trong hộp I là $\frac{1}{3}.\frac{C_4^1}{C_9^1}$.

Xác suất chọn được 1 viên đỏ trong hộp II là $\frac{1}{3}.\frac{C_3^1}{C_5^1}$.

Xác suất chọn được 1 viên đỏ trong hộp III là $\frac{1}{3}.\frac{C_5^1}{C_8^1}$

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1}{3}.\frac{C_4^1}{C_9^1}+\frac{1}{3}.\frac{C_3^1}{C_5^1}+\frac{1}{3}.\frac{C_5^1}{C_8^1}=\frac{601}{1080}$.

Câu 43. Xét hai số phức z,w thỏa mãn $|z+2w|=2$ và $|2z-3w-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2i|+|w+i|$ là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

- Ta có $|z+2w|=|z-2i+2(w+i)|=2$

$\Rightarrow |z+2w|^2=|z-2i+2(w+i)|^2=4$

$\Rightarrow (z-2i+2(w+i)).\overline{z-2i+2(w+i)}=4$

$\Rightarrow (z-2i+2(w+i)).\left(\overline{z-2i}+2\overline{(w+i)}\right)=4$

$\Rightarrow |z-2i|^2+2(z-2i)\overline{(w+i)}+2(w+i)\overline{z-2i}+4|w+i|^2=4\ (*)$

- $|2z-3w-7i|^2=|2(z-2i)-3(w+i)|^2=16$

$\Rightarrow (2(z-2i)-3(w+i)).\overline{2(z-2i)-3(w+i)}=16$

$\Rightarrow (2(z-2i)-3(w+i)).\left(2\overline{(z-2i)}-3\overline{(w+i)}\right)=16$

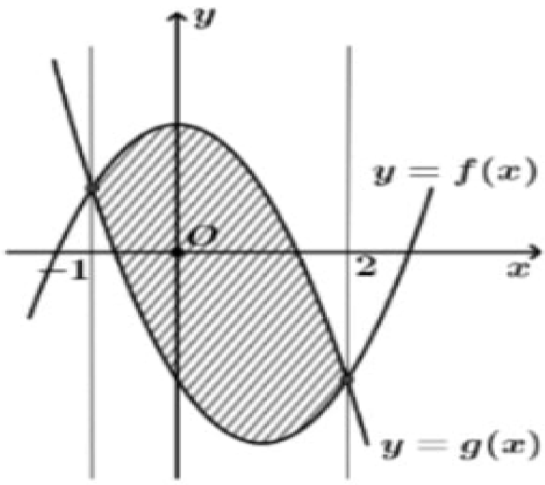
$\Rightarrow 4|z-2i|^2-6(z-2i).\overline{w+i}-6\overline{z-2i}.(w+i)+9|w+i|^2=16\ (**)$

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $7|z-2i|^2+21|w+i|^2=28 \Rightarrow |z-2i|^2+3|w+i|^2=4$.

Mặt khác, ta có $(|z-2i|+|w+i|)^2 \le \left(1+\frac{1}{3}\right)\left(|z-2i|^2+3|w+i|^2\right)=\frac{16}{3} \Rightarrow P\le\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $\max P=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Gọi (D) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)=ax^2+bx+c$ và $y=g(x)=-x^2+mx+n$. Biết $S_{(D)}=9$ và đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$. Khi cho miền được giới hạn bởi hai đường cong trên và hai đường thẳng $x=-1;x=2$ quay quanh trục Ox, ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V bằng:



A. $\dfrac{295\pi}{19}$. **B.** $\dfrac{295\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{259\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{259\pi}{19}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết đồ thị hàm số $y=g(x)=-x^2+mx+n$ có đỉnh $I(0;2)$ nên có $\begin{cases} m=0 \\ n=2 \end{cases}$

$\Rightarrow y=g(x)=-x^2+2$.

Với $x=-1 \Rightarrow y=1$ và $x=2 \Rightarrow y=-2$.

Từ giả thiết ta có đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại điểm $A(-1;1)$ và $B(2;-2)$ nên ta có:

$\begin{cases} a-b+c=1 \\ 4a+2b+c=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-a-1 \\ c=-2a \end{cases} \Rightarrow f(x)=ax^2-(a+1)x-2a$.

Ta có $S_{(D)}=\int\limits_{-1}^{2}\left(g(x)-f(x)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}\left(-x^2+2-ax^2+(a+1)x+2a\right)\mathrm{d}x$

$=\left(-\dfrac{x^3}{3}+2x-\dfrac{ax^3}{3}+\dfrac{(a+1)x^2}{2}+2ax\right)\Bigg|_{-1}^{2}=\dfrac{9a+9}{2}$

Mà $S_{(D)}=9 \Rightarrow \dfrac{9a+9}{2}=9 \Rightarrow a=1 \Rightarrow f(x)=x^2-2x-2$.

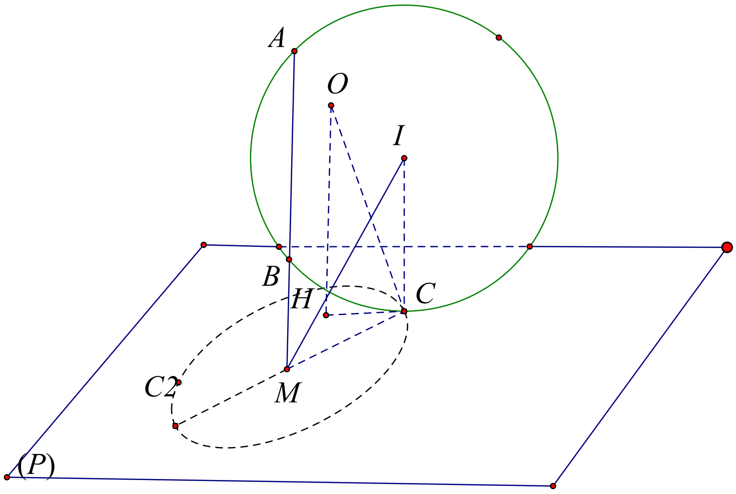
Khi đó, ta có $V=\pi\int\limits_{-1}^{0}\left(-x^2+2\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{0}^{2}\left(x^2-2x-2\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{259\pi}{15}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của độ dài OC. Giá trị M^2+m^2 bằng.

A. 78. **B.** 72. **C.** 74. **D.** 76.

Lời giải

Chọn D



$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-4;-2;4)=-2(2;1;-2)\\ \overrightarrow{n_P}=(2;1;-2)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_P}\text{ cùng phương nên }\overrightarrow{AB}\perp(P),\ AB=6$$

$$d(A;(P))=\frac{|2.3+5-2.(-2)+9|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=8\text{ và }d(B;(P))=\frac{|2.(-1)+3-2.2+9|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=2$$

$AB\cap(P)=M\Rightarrow M$ cố định

Do (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại C nên $MC\perp IC$ tại C

$\Rightarrow MA.MB=MC^2$, ta có: $\begin{cases}MA=d(A;(P))=8\\ MB=d(B;(P))=2\end{cases}\Leftrightarrow MC^2=16\Leftrightarrow MC=4$

$\Rightarrow C$ thuộc đường tròn tâm M bán kính $r=MC=4$

Ta có: $AB:\begin{cases}x=3+2t\\ y=5+t\\ z=-2-2t\end{cases}$, $M=AB\cap(P)\Rightarrow M\left(-\frac{7}{3};\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$

Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) $\Rightarrow d(O(P))=3$, $OH:\begin{cases}x=2t\\ y=t\\ z=-2t\end{cases}$

$H=OH\cap(P)\Leftrightarrow H(-2;-1;2)$, $HM=\sqrt{13}$

Suy ra $OC=\sqrt{OH^2+HC^2}=\sqrt{9+HC^2}$ $\Rightarrow OC$ đạt min hoặc max thì $\Leftrightarrow HC$ đạt min hoặc max

$$\begin{cases}HC_{\min}=|HM-r|=4-\sqrt{13}\\ HC_{\max}=HM+r=4+\sqrt{13}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OC_{\min}=\sqrt{9+\left(4-\sqrt{13}\right)^2}=m\\ OC_{\max}=\sqrt{9+\left(4+\sqrt{13}\right)^2}=M\end{cases}$$

Vậy $M^2+m^2=76$

Câu 46. Gọi S là tập hợp của các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức z thoả mãn $|z-m|=4$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S

A. 12. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo nên ta đặt $\frac{z}{z-6}=xi$ với $x\in\mathbb{R}$ và $z\neq 6$

$\Rightarrow z = xi(z-6) \Leftrightarrow z(1-xi) = -6xi \Leftrightarrow z = \dfrac{6xi}{xi-1}$

$|z-m| = 4 \Leftrightarrow \left|\dfrac{6xi}{xi-1} - m\right| = 4 \Leftrightarrow |6xi - mxi + m| = 4|xi-1| \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + (6-m)^2 .x^2} = 4\sqrt{x^2+1}$

$\Leftrightarrow m^2 + (m-6)^2 x^2 = 16x^2 + 16 \Leftrightarrow (m^2 - 12m + 20)x^2 = 16 - m^2 \;\; (*)$

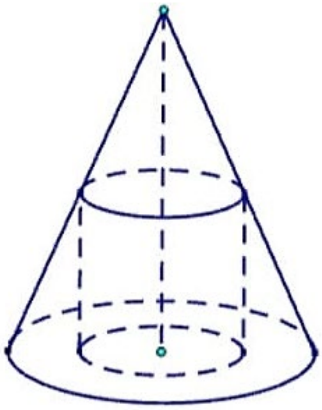
Xét $m^2 - 12m + 20 = 0 \Rightarrow (*)$ vô nghiệm.

Xét $m^2 - 12m + 20 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 10 \\ m \neq 2 \end{cases}$ Khi đó $(*)$ là phương trình bậc hai

Để có đúng một số phức z $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 16 - m^2 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -4 \end{array}\right.$ (nhận)

$\Rightarrow S = \{-4; 4\}$, vậy tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 47: Một khúc gỗ có dạng khối nón có bán kính đáy $r = 30\,\text{cm}$ chiều cao $h = 120\,\text{cm}$. Anh thợ mộc chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng khối trụ như hình vẽ sau:

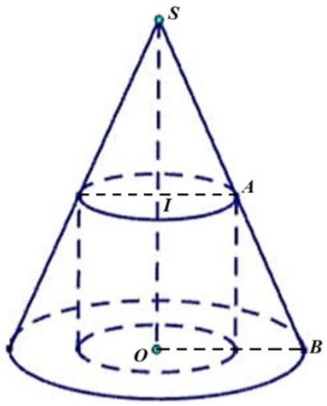


Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ dạng khối trụ có thể chế tác được. Tính V.

A. $V = 0,36\pi\text{m}^3$. **B.** $V = 0,024\pi\text{m}^3$. **C.** $V = 0,016\pi\text{m}^3$. **D.** $V = 0,16\pi\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn C



- Xét hình nón với các đỉnh như hình vẽ. Khi đó, $OB = 30\,\text{cm} = 0,3\,\text{m}$; $SO = 120\,\text{cm} = 1,2\,\text{m}$.

  Đặt $IA = x$, $0 < x < 0,3$. Ta có: $\dfrac{SI}{SO} = \dfrac{IA}{OB} \Rightarrow SI = \dfrac{SO.IA}{OB} = \dfrac{1,2x}{0,3} = 4x$.

  Suy ra $OI = SO - SI = 1,2 - 4x$.

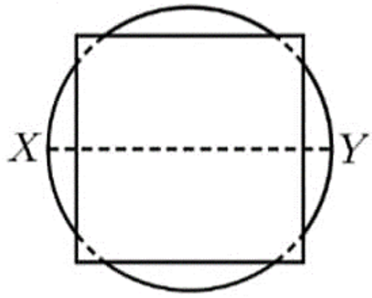
- Khi đó, thể tích khối trụ là:

$$V_t = \pi.IA^2.OI = \pi.x^2.(1,2-4x) = \frac{\pi}{4}.2x.2x.(1,2-4x)$$
$$\leq \frac{\pi}{4}.\left(\frac{2x+2x+1,2-4x}{3}\right)^3 = 0,016\pi.$$

◆ Vậy thể tích khối trụ lớn nhất là: $V = 0,016\pi\left(\mathrm{m}^3\right)$.

Dấu $"="$ xảy ra khi $x = 0,2m$

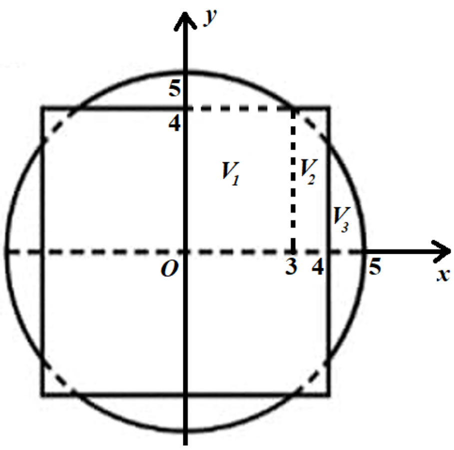
Câu 48: Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng $8\,\mathrm{cm}$ và một hình tròn có bán kính $5\,\mathrm{cm}$ được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục XY.



A. $V = \dfrac{260\pi}{3}\mathrm{cm}^3$. **B.** $V = \dfrac{290\pi}{3}\mathrm{cm}^3$. **C.** $V = \dfrac{580\pi}{3}\mathrm{cm}^3$. **D.** $V = \dfrac{520\pi}{3}\mathrm{cm}^3$.

Lời giải

Chọn D



◆ Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ. Khi đó, phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 25$. Do tính chất đối xứng của vật thể đã cho nên ta chỉ cần xét phần hình phẳng nằm ở góc phần tư thứ nhất.

◆ Ta chia phần hình phẳng này thành ba phần có thể tích tạo thành khi xoay quanh trục hoành lần lượt là V_1, V_2, V_3.

◆ Xét vật thể tròn xoay giới hạn bởi các hàm số: $y = \sqrt{25 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ xoay quanh trục hoành. Thể tích vật thể này là:

$$V_1 = \pi\int_0^3 \left(25 - x^2\right)\mathrm{d}x = 66\pi\left(\mathrm{cm}^3\right).$$

◆ Xét vật thể tròn xoay giới hạn bởi các hàm số: $y = 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 3, x = 4$ xoay quanh trục hoành. Thể tích vật thể này là:

$$V_2 = \pi\int_3^4 16\mathrm{d}x = 16\pi\left(\mathrm{cm}^3\right).$$

◆ Xét vật thể tròn xoay giới hạn bởi các hàm số: $y = \sqrt{25 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 4, x = 5$ xoay quanh trục hoành. Thể tích vật thể này là:

$$V_3=\pi\int_4^5\left(25-x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{14}{3}\pi\left(\mathrm{cm}^3\right).$$

- Vậy thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành là:

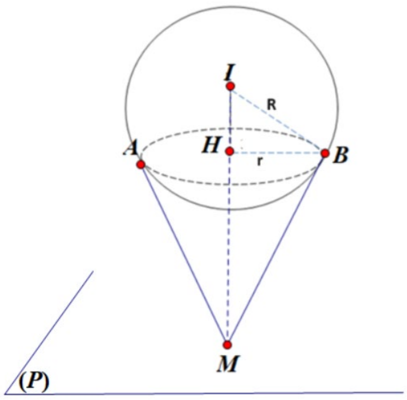
$$V=2.\left(V_1+V_2+V_3\right)=2.\left(66\pi+16\pi+\frac{14}{3}\pi\right)=\frac{520\pi}{3}\mathrm{cm}^3.$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R=1$. Xét điểm M thay đổi trên (P). Khối nón (N) có đỉnh là I và đường tròn đáy là đường tròn đi qua tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S). Khi (N) có thể tích lớn nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $x+ay+bz+c=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$ và bán kính $R=1$.

Gọi r là bán kính đường tròn (C) và H là hình chiếu của I lên mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N).

Đặt $IH=x$ ta có $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{1-x^2}$

Thể tích khối nón tạo được là $V=\frac{1}{3}.IH.S_{((C))}=\frac{1}{3}.x.\pi\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2=\frac{1}{3}\pi\left(x-x^3\right)$.

Gọi $f(x)=x-x^3$ với $x\in(0;1)$. Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x)=1-3x^2$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 1-3x^2=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Bảng biến thiên :

x	0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		1
f'		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	$\frac{2\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	0

Vậy $V_{\max}=\frac{1}{3}\pi.\frac{2\sqrt{3}}{9}=\frac{2\sqrt{3}\pi}{27}$ khi $x=IH=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

IM vuông góc mặt phẳng $(P):x+y+z=0$ ta có

IM vuông góc mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) là $(\alpha):x+ay+bz+c=0$ nên $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}\Rightarrow(\alpha):x+y+z+c=0$

Và $d(I;(\alpha))=IH \Leftrightarrow \frac{|0+1+2+c|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow|3+c|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=-2\\c=-4\end{array}\right.$

Trong tam giác IBM vuông tại B ta có:

$IB^2=IH.IM\Rightarrow IM=\frac{IB^2}{IH}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow MH=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

IM vuông góc mặt phẳng $(P):x+y+z=0$ ta có

Đường thẳng IM qua $I(0;1;2)$ nhận $\vec{u}(1;1;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=2+t\end{cases}$

$M=(\alpha)\cap IM\Rightarrow M(t;1+t;2+t)\in(P)\Rightarrow t+1+t+2+t=0$

$\Rightarrow t=1\Rightarrow M(1;2;3)$

Nếu $c=-2$ thì $(\alpha):x+y+z-2=0$ ta có $d(M;(\alpha))=MH \Leftrightarrow \frac{|1+2+3-2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\neq\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Nếu $c=-4$ thì $(\alpha):x+y+z-4=0$ ta có thì $d(M;(\alpha))=MH \Leftrightarrow \frac{|1+2+3-4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Vậy $c=-4$ suy ra giá trị của $a+b+c=1+1-4=-2$

Câu 50. Cho các số thực x,y thỏa mãn $e^{x^2+2y^2}+e^{xy}\left(x^2-xy+y^2-1\right)-e^{1+xy+y^2}=0$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{1+xy}$. Tính $M-m$.

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=1$. **C.** $M-m=\frac{1}{2}$. **D.** $M-m=2$.

Lời giải

Chọn B

$e^{x^2+2y^2}+e^{xy}\left(x^2-xy+y^2-1\right)-e^{1+xy+y^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{x^2+2y^2-xy}+\left(x^2-xy+y^2-1\right)-e^{1+y^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{x^2+2y^2-xy}+\left(x^2-xy+2y^2\right)-\left(1+y^2\right)-e^{1+y^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{x^2+2y^2-xy}+\left(x^2-xy+2y^2\right)=e^{1+y^2}+\left(1+y^2\right)$

Xét hàm số $f(t)=e^t+t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$f\left[x^2-xy+2y^2\right]=f\left(1+y^2\right)\Rightarrow x^2-xy+2y^2=1+y^2$

$\Leftrightarrow x^2-xy+y^2=1\Leftrightarrow(x+y)^2-3xy=1$

Đặt $u=x+y\Rightarrow xy=\frac{u^2-1}{3}$

Ta có $(x+y)^2 \ge 4xy \Rightarrow u^2 \ge 4.\dfrac{u^2-1}{3} \Rightarrow -2 \le u \le 2$

Do đó $P = \dfrac{1}{1+xy} = \dfrac{1}{1+\dfrac{u^2-1}{3}} = \dfrac{3}{u^2+2}$

Xét hàm số $f(u) = \dfrac{3}{u^2+2} \Rightarrow f'(u) = \dfrac{-6u}{(u^2+2)^2}$

$f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 0$

Bảng biến thiên :

u	-2		0		2
$f'(u)$		$+$	0	$-$	
$f(u)$	$\dfrac{1}{2}$	$\nearrow$	$\dfrac{3}{2}$	$\searrow$	$\dfrac{1}{2}$

Từ bảng biến thiên ta được $\begin{cases} m = \dfrac{1}{2} \\ M = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M - m = 1$.